

ORAN TESTLERİ

BİYOİSTATİSTİK VE TIP BİLİŞİMİ AD



Oran Testi

- Biyolojide tıpta geçmişte yapılan geniş gözlemlere veya deneylere göre saptanan bazı oranlar vardır. Yeni bir uygulamanın bu oran üzerinde değişiklik yapıp yapmadığı araştırılabilir. Bu gibi hallerde oran testi kullanılır.
- Örneğin grip hastalığından bir hafta içinde iyileşme oranı %20 dir. Buna göre grip aşısı olmuş kişilerde bu oran değişmekte midir, sorusu araştırılabilir.
- Belirli sayıda denek üzerinden elde edilen yeni oran bu bilinen oranla karşılaştırılır. Bunu için Z testi kullanılır.
- Bunun için p'nin ortalaması ve varyansı bilinmesi gerekir; $E(p)=p$, $V(p)=pq/n$ alınarak bu test yapılır.



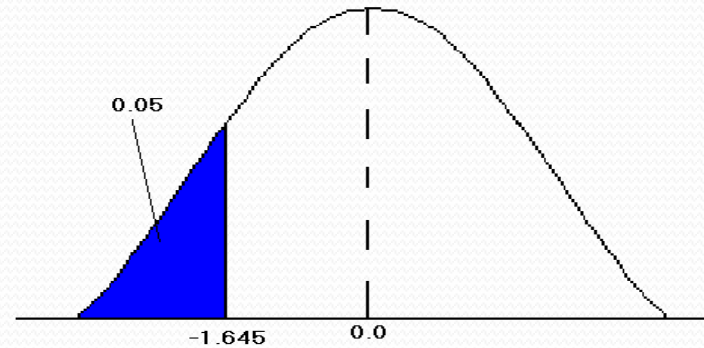
- $H_0: p=p_0$; Yeni oran ile eski bilinen oran arasında fark yoktur.
- $H_1: p \neq p_0$; Yeni oran ile eski oran birbirine eşit değildir. Bu hipotezde hipotezin yönü belli değildir. Yani yeni oran eski orandan küçük ya da büyük olabilir.
- Yeni uygulamanın iyileşmede bir artış sağlayacağı ile ilgili bir ön kanaat varsa H_1 kurulurken:
- $H_1: p > p_0$ şeklinde ifade edilir. H_1 in ifade ediliş şekli ret bölgesinin bulunduğu yeri belirler.
- Test istatistiği:

$$Z = \frac{(\hat{p} - p_0)}{\sqrt{\frac{p_0 * q_0}{n}}} \approx N_Z(0,1)$$

- **Örnek:** Sezaryen ile doğum yapan hastalarda doğum sonrası komplikasyon çıkması olasılığı %20 olarak bilinmektedir. Yeni bir yöntem geliştiren bir hastane bu oranı düşürdüğünü iddia etmektedir.

Bu iddiayı test için söz konusu hastanede sezaryen ameliyatı geçiren 80 hastadan 12 adedinin komplikasyon geçirdiği tespit edilmiştir. Buna göre bu hastanenin iddiasının doğru olup olmadığını 0,05 önem düzeyinde test ediniz.

- Verilenler:
- $n=80$, $r=12$, $\alpha=0,05$
- $H_0: p=0,20$; $H_1: p<0,20$

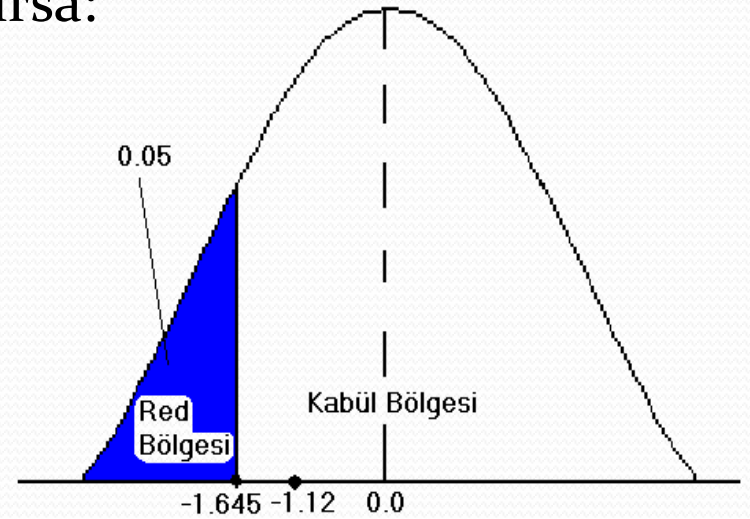


- İlk önce yeni yöntemdeki komplikasyon oranı hesaplanır.

$$\hat{p} = \frac{r}{n} = \frac{12}{80} = 0.15$$

- Buradan test istatistiği hesaplanırsa:

$$Z = \frac{(0.15 - 0.20)}{\sqrt{\frac{0.20 * 0.80}{80}}} = -1.12$$



- $|-1,12| < |-1,645|$
- Hesaplanan değer Z-tablo değerinden büyük olsaydı, H_0 ret edilecekti, bu durumda, H_0 ret edilemez.
- Yani, yeni yöntemdeki komplikasyon oranının azaldığı söylenemez.

İki Oranın Farkının testi

- Bir sağlık taramasında kimyasal sanayide çalışan ve tesadüfen seçilen 359 kişiden 98'inde , çelik sanayinde çalışan 397 kişiden 58' inde fitik görülmüştür. Her iki sanayi kesiminde fitik oranı aynı mıdır?
- $H_0: p_1 - p_2 = 0$; $H_1: p_1 - p_2 \neq 0$; $\alpha = 0,05$ için Standart normal değer: $Z_{0.025} = 1.96$ dır. Çözüm;

$$\hat{p}_1 = \frac{r_1}{n_1} = \frac{98}{359} = 0.273$$

$$\hat{p}_2 = \frac{r_2}{n_2} = \frac{58}{397} = 0.146$$

$$p_0 = \frac{r_1 + r_2}{n_1 + n_2} = \frac{98 + 58}{359 + 397} = 0.206$$

Z testi uygulanırsa; **Dağılıkların varyansları eşit ise** p_0, q_0 kullanılarak ortak varyans hesaplanır.

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (0)}{\sqrt{p_0 * q_0 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$
$$= \frac{0.273 - 0.146}{\sqrt{0.206 * 0.794 \left(\frac{1}{359} + \frac{1}{397} \right)}} = \frac{0.127}{0.029} = 4.38$$

Elde edilir. H_1 çift yönlü olduğundan, $|4.38| > |1.96|$ yani, $|Hesaplanan\ değer| > |Cetvel\ değeri|$ olduğundan H_0 red edilir.

Karar: Oranlar arasında istatistiki olarak önemli bir fark vardır.



- Eğer varyanslar eşit kabul edilmez ise paydada bireysel varyanslar kullanılır, yani;

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (0)}{\sqrt{\left(\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}\right)}}$$

- Eğer n_1 ve n_2 küçük ise Yates düzeltmesi kullanılmalı veya Exact test uygulanmalıdır.

- **Örnek:** Tesadüfen seçilmiş **257** hasta **A yöntemi** ile tedavi ediliyor, **41** tanesi ölüyor, **244** hasta ise **B yöntemi** ile tedavi ediliyor bunlardan da **64** tanesi ölüyor. Her iki yöntemdeki ölüm oranlarının eşit olup olmadığını kontrol ediniz.

- $H_0: p_1 - p_2 = 0; H_1: p_1 - p_2 \neq 0$

- $p_1 = 41/257 = 0,1595, q_1 = 1 - 0,1595 = 0,8405,$

- $p_2 = 64/244 = 0,2623, q_2 = 1 - 0,2623 = 0,7377,$

- $\text{Var}(p_1 - p_2) = [0,1595 * 0,8405 / 257] + [0,2623 * 0,7377 / 244]$
 $= 0,0013146$

$$SH(p_1 - p_2) = \sqrt{0,0013146} = 0,0363$$

$$Z = [0,1595 - 0,2623] / [\sqrt{(0,1595 * 0,8405 / 257) + (0,2623 * 0,7377 / 244)}]$$

$$= -0,1028 / 0,0362 = -2,84;$$

$|-2,84| > |-1,96|$ H_0 ret edilir.

Sonuç olarak iki yöntem arasında önemli fark vardır.



İKİ ORAN FARKINA DAİR
HİPOTEZ TESTİNİN
Kİ-KARE (χ^2) DAĞILIŞI
KULLANILARAK YAPILMASI

Oran Testi İle Ki-Kare Testi Arasındaki İlişki

İki farklı tedavi grubunda kemik iliği kanserinden 3 yıl sonunda ölen çocuk sayısı aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Tedavi Grubu -A: 87 kişiden 37 kişi ölmüş

Tedavi Grubu-B: 21 kişiden 13 kişi ölmüş

Ölüm oranları her iki tedavide farklı mıdır ($\alpha=0,05$)?

Z- Oran Testine Göre Sonuç

$$\hat{p}_1 = \frac{r_1}{n_1} = \frac{37}{87} = 0,425; \quad \hat{p}_2 = \frac{13}{21} = 0,619;$$

$$\hat{p}_0 = \frac{r_1 + r_2}{n_1 + n_2} = \frac{13 + 37}{87 + 21} = \frac{50}{108} = 0,463$$

$$H_0 : p_1 - p_2 = 0; \quad H_1 : p_1 - p_2 \neq 0 ;$$

$$Z = |-1,60| < |-1,96| \text{ Ho ret edilemez,} \quad p(Z_h) = 0,11$$

İki uygulama grubundaki ölüm oranları farklı değildir
($p > 0,05$).

Ki-Kare Testinin Sonucunun Hesaplanması

	KİK Öldü	KİK Ölmedi	Σ
Tedavi A	A=37	B	a+b=87
Tedavi B	C=13	D	c+d=21
Σ	a+c=50	b+d	N=108

Önce “Beklenen değerlerin” hesabı gerekir:

$$B_{11} = \frac{87 \times 50}{108} = 40,28, \quad B_{21} = \frac{21 \times 50}{108} = 9,72$$

$$B_{12} = 87 - 40,3 = 46,72, \quad B_{22} = 21 - 9,7 = 11,28$$

Khi-Kare Testine Göre Sonuç

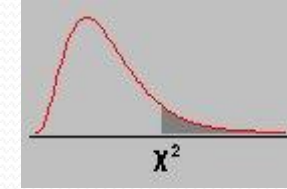
	Ölen	Kalan	Toplam
Tedavi Gr -A	G11=37 B11=40,28	G12=50 B12=46,72	87
Tedavi Gr -B	G21=13 B21=9,72	G22=8 B22=11,28	21
Toplam	50	58	108

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(G_{ij} - B_{ij})^2}{B_{ij}} \\ &= \frac{(37 - 40,28)^2}{40,28} + \frac{(50 - 46,72)^2}{46,72} + \frac{(13 - 9,72)^2}{9,72} + \frac{(8 - 11,28)^2}{11,28} \\ &= 2,554 < \chi_{(1,0.05)}^2 = 3,841 \quad \text{Ho ret edilemez.} \\ p(\chi^2_h) &= 0,11\end{aligned}$$

Farklı tedavi (A veya B) uygulamanın ölüm oranı üzerinde etkisi yoktur($p>0,05$).

Yani ölme ile uygulama arasında bir bağlantı yoktur. Burada hesaplanan olasılık(0,11) ile önceki teknikte hesaplanan Z nin olasılığı(0,11) aynı bulunur.

Ki-Kare Dağılışının Sağ Kuyruk Alanı



Ki-Kare Dağılışının Sağ Kuyruk Alanı

sd\alan	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.10153	0.45494	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.01003	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072	0.57536	1.38629	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663
3	0.07172	0.11483	0.21580	0.35185	0.58437	1.21253	2.36597	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487	12.83816
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362	1.92256	3.35669	5.38527	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670	14.86026
5	0.41174	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031	2.67460	4.35146	6.62568	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627	16.74960
6	0.67573	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413	3.45460	5.34812	7.84080	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581	9.03715	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412	10.21885	13.36157	15.50731	17.53455	20.09024	21.95495
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283	11.38875	14.68366	16.91898	19.02277	21.66599	23.58935
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720	9.34182	12.54886	15.98718	18.30704	20.48318	23.20925	25.18818